



## Analisis Penerapan Demonstrasi pada Pembelajaran Kuliah Analisis Real untuk Pengembangan Visualisasi

**Darmadi**

Universitas PGRI Madiun

**Budiyono**

Universitas PGRI Madiun

**Fitri Rosita Sari**

SDN Munggut 01 Madiun

Alamat: Jln. Setiabudi No. 85 Madiun, Jawa Timur

Korespondensi penulis: [darmadi.mathedu@unipma.ac.id](mailto:darmadi.mathedu@unipma.ac.id)

***Abstract.** Abstract learning in real analysis can be built starting from concrete and visualization. Concrete learning can be implemented with demonstration learning. The purpose of this study was to determine the application of demonstration in real analysis learning and to determine how the application of demonstration affects the development of visualization skills in real analysis learning. Qualitative research methods were carried out to achieve these goals. Documentation and in-depth interviews were conducted to obtain data. Data were analyzed interactively through data presentation, interpretation, triangulation, reduction, and categorization. Based on the validated data, several conclusions were obtained. Demonstrations can be applied in real analysis learning, especially for the topic of introductory learning of real number topology when explaining the concepts of surroundings, inner points, outer points, boundary points, and limit points. There is a relationship between demonstration learning and visualization such as visualization of surroundings, inner points, outer points, boundary points, and limit points to understand the concept of open sets and closed sets.*

**Keywords:** *Demonstration, Learning, Visualization.*

**Abstrak.** Pembelajaran yang abstrak pada analisis real dapat dibangun mulai dari konkret dan visualisasi. Pembelajaran konkret dapat diimplementasikan dengan pembelajaran demonstrasi. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui penerapan demonstrasi dalam pembelajaran analisis real dan untuk mengetahui bagaimana pengaruh penerapan demonstrasi terhadap pengembangan kemampuan visualisasi dalam pembelajaran analisis real. Metode penelitian kualitatif dilakukan untuk mencapai tujuan tersebut. Dokumentasi dan wawancara mendalam dilakukan untuk mendapatkan data. Data dianalisis secara interaktif melalui pemaparan data, interpretasi, triangulasi, reduksi, dan kategorisasi. Berdasarkan data yang divalid, diperoleh beberapa kesimpulan. Demonstrasi dapat diterapkan dalam pembelajaran analisis real khususnya untuk topik

pembelajaran pengantar topologi bilangan real ketika menjelaskan konsep persekitaran, titik dalam, titik luar, titik batas, dan titik limit. Terdapat kaitan pembelajaran demonstrasi dengan visualisasi seperti visualisasi persekitaran, titik dalam, titik luar, titik batas, dan titik limit untuk memahami konsep himpunan terbuka dan himpunan tertutup.

**Kata kunci:** Demonstrasi, Pembelajaran, Visualisasi

## **LATAR BELAKANG**

Beberapa ahli mengategorikan demonstrasi sebagai metode pembelajaran. Sebagian besar ahli mendefinisikan metode pembelajaran demonstrasi sebagai metode mengajar dengan cara memperagakan kejadian atau barang, aturan atau urutan kegiatan secara langsung maupun melalui penggunaan media pengajaran yang relevan dengan pokok bahasan atau materi yang sedang disajikan. Endayani, T. B., Rina, C., & Agustina, M (2020) menyebutkan bahwa metode demonstrasi dapat meningkatkan hasil belajar siswa. Bhidju, R. H., & Press, A. (2020) menyebutkan bahwa peningkatan hasil belajar IPA terjadi karena menggunakan metode demonstrasi. Cecep, C., Waskita, D. T., & Sabilah, N. (2022) juga menyebutkan bahwa terjadi peningkatan konsentrasi belajar anak usia dini setelah menggunakan metode demonstrasi. Julyananda, M. A., Yulianti, T., & Pasha, D. (2022) menyebutkan bahwa media pembelajaran matematika dapat digunakan untuk penerapan metode demonstrasi. Gumay, O. P. U., & Bertiana, V. (2018) juga menjelaskan bahwa metode demonstrasi dapat meningkatkan hasil belajar fisika kelas X MA Almuhammadin Tugumulyo.

Beberapa ahli mengategorikan demonstrasi sebagai model pembelajaran. Model pembelajaran demonstrasi adalah model mengajar dengan menggunakan peragaan untuk memperjelas suatu pengertian. Selain itu, model pembelajaran demonstrasi digunakan untuk memperlihatkan bagaimana melakukan sesuatu kepada peserta didik. Adapun sintak model pembelajaran demonstrasi adalah tahap persiapan dan tahap pelaksanaan, Sari, Y. D. K., Chamisijatin, L., & Santoso, B (2019) menyebutkan bahwa terjadi peningkatan keterampilan membaca puisi pada siswa setelah menggunakan model demonstrasi yang didukung dengan media video pembelajaran di SDN 1 Sumbersari Kota Malang. Rara, G. P., Sudana, I., & Suprpto, E. (2015) menyebutkan bahwa telah menggunakan model demonstrasi dalam materi ajar instalasi sistem operasi. Wijaya, I. K. W. B., Kirna, I. M., & Suardana, I. N. (2012) menyebutkan bahwa model

demonstrasi interaktif berbantuan multimedia dapat meningkatkan hasil belajar IPA aspek kimia siswa SMP. Aldifron, A., Ramadhanti, D., & Laila, A (2022) menyebutkan bahwa model pembelajaran demonstrasi dapat meningkatkan keterampilan menulis teks. Sahempa, S., Togas, P. V., & Palilingan, V. R. (2021) menyatakan bahwa telah menerapkan model pembelajaran demonstrasi untuk meningkatkan hasil belajar komputer dan jaringan dasar siswa kelas X TKJ SMK Muhammadiyah Naha.

Pembelajaran dengan demonstrasi mempunyai beberapa kelebihan dan kelemahan. Ikhwan, A., Febriansyah, F. I., & Syam, A. R. (2022) mengatakan bahwa demonstrasi dapat meningkatkan motivasi belajar. Apriliyani, S. (2010) menyatakan bahwa demonstrasi dapat menghidupkan pelajaran karena peserta didik tidak hanya mendengar tetapi juga melihat peristiwa yang terjadi. Rahma, A. (2020) mengatakan bahwa demonstrasi dapat mengaitkan teori dengan peristiwa alam lingkungan sekitar. Dengan demikian, peserta didik dapat lebih meyakini kebenaran materi pelajaran. Siregar, A. M. (2019) mengatakan bahwa demonstrasi sering kali mudah teringat daripada bahasa dalam buku pegangan atau penjelasan pendidik. Melalui demonstrasi, peserta didik terhindar dari verbalisme karena langsung memperhatikan bahan pelajaran yang dijelaskan. Namun, peserta didik terkadang sukar melihat dengan jelas benda yang akan dipertunjukkan. Tidak semua benda dapat didemonstrasikan. Sukar dimengerti apabila didemonstrasikan oleh guru yang kurang menguasai apa yang didemonstrasikan. Demonstrasi memerlukan persiapan yang lebih matang, sebab tanpa persiapan yang memadai demonstrasi bisa gagal sehingga dapat menyebabkan model ini tidak efektif lagi. Demonstrasi memerlukan peralatan, bahan-bahan dan tempat yang memadai berarti penggunaan model ini lebih mahal jika dibandingkan dengan ceramah.

Permasalahan muncul ketika demonstrasi dicoba dipraktikkan dalam pembelajaran analisis real. Analisis real adalah suatu mata kuliah wajib untuk melatih mahasiswa berpikir analisis yaitu dengan menguraikan sifat-sifat bilangan real mulai dari sistem, topologi, barisan interval, barisan bilangan real, fungsi real, limit, turunan, dan integral fungsi sehingga diperoleh pemahaman yang mendalam dan menyeluruh. Materi mata kuliah analisis real bersifat abstrak, sehingga tidak semua materi dapat menggunakan demonstrasi dalam pembelajaran. David tall menjelaskan bahwa tahapan berpikir adalah berpikir konkret, berpikir visual, dan berpikir abstrak (Darmadi, D. 2012). Untuk dapat

menghubungkan kegiatan konkret (demonstrasi) dengan kegiatan berpikir abstrak (sifat analisis real), dapat diketahui bagaimana dosen mengembangkan kemampuan berpikir visual (Darmadi, D., & Handoyo, B. 2016).

Berpikir visual adalah berpikir dengan menggunakan pembayangan mental. Berpikir adalah pemrosesan informasi dalam pikiran. Jika informasi yang diperoleh adalah pembayangan mental, maka proses berpikir tersebut disebut berpikir visual. Pembayangan mental di beberapa buku disebut juga dengan pembayangan, bayangan, bayangan mental, imajinasi, atau *imagery*. Darmadi, D. (2015) menyatakan bahwa berpikir visual terbukti dapat membantu mahasiswa dalam memahami definisi. Rifai, M., & Soleh, D. R. (2023) mengatakan bahwa berpikir visual terbukti dapat membantu mahasiswa dalam menyelesaikan masalah. Namun tidak dipungkiri bahwa tidak sedikit mahasiswa mempunyai kesulitan dan kesalahan dalam berpikir visual (Darmadi, D. 2017). Peran dosen penting untuk dapat membantu mahasiswa mengembangkan kemampuan berpikir visual.

Berdasarkan uraian di atas, beberapa permasalahan muncul seperti: bagaimana penerapan demonstrasi dalam pembelajaran analisis real? dan bagaimana kaitan pembelajaran demonstrasi dengan visualisasi mahasiswa dalam pembelajaran analisis real?. Permasalahan ini perlu untuk diteliti supaya mahasiswa dapat belajar analisis real dengan lebih mudah, mulai dari berpikir konkret dan berpikir visual sampai berpikir abstrak.

## **METODE PENELITIAN**

Metode penelitian yang digunakan adalah metode penelitian kualitatif. Langkah-langkah penerapan metode kualitatif adalah menentukan subjek, pengembangan pedoman wawancara, pengumpulan data, analisis data (pemaparan data, triangulasi, reduksi, kategorisasi), dan penarikan kesimpulan.

Subjek penelitian adalah dosen pendidikan matematika Universitas PGRI Madiun, berpengalaman setidaknya lebih dari 10 tahun dalam mengajar analisis real, menggunakan demonstrasi dalam pembelajaran analisis real, komunikatif, dan terbuka.

Pedoman wawancara dikembangkan dengan tetap memperhatikan perolehan data yang alami, mendalam, dan luas. Untuk mendapatkan data yang alami, wawancara

dilakukan secara semi terstruktur mengikuti cara berpikir subjek penelitian. Untuk mendapatkan data yang mendalam, wawancara dilakukan dengan banyak konfirmasi disertai bukti. Untuk mendapatkan data yang luas, wawancara dilakukan secara terbuka dan sesuai pedoman. Wawancara inti terkait bagaimana demonstrasi dilakukan dan visualisasi apa yang dapat dikembangkan sehingga mahasiswa dapat berpikir secara konkret.

Pengumpulan data dilakukan dengan observasi dan wawancara. Untuk konfirmasi, data juga dikumpulkan dari mahasiswa. Observasi dilakukan dengan cara langsung dilakukan pengamatan ketika dosen melakukan pembelajaran analisis real dan menerapkan demonstrasi. Wawancara dilakukan sesuai dengan pedoman wawancara yang telah dikembangkan.

Analisis data dilakukan dengan pemaparan data, pengkodean, interpretasi, triangulasi, reduksi, dan kategorisasi. Pemaparan data dilakukan dengan mentranskripsikan data hasil observasi dan wawancara. Ketika memaparkan data, dilakukan juga pengkodean. Pengkodean dilakukan untuk mempermudah dalam melakukan penelusuran data jika diperlukan. Pengkodean dilakukan berdasarkan hasil interpretasi peneliti terhadap data yang diperoleh. Setelah pengkodean, dilakukan triangulasi. Triangulasi waktu digunakan untuk mendapatkan data yang jenuh. Ketika triangulasi, sekaligus dilakukan reduksi data. Reduksi data dilakukan dengan memperhatikan data-data yang terkait dengan tujuan penelitian. Setelah dilakukan reduksi, dilakukan kategorisasi sehingga diperoleh tahapan demonstrasi, visualisasi, dan abstraksi.

Penarikan kesimpulan dilakukan setelah data dianalisis. Penarikan kesimpulan lebih diarahkan ke penjelasan bagaimana penerapan pembelajaran demonstrasi sehingga muncul visualisasi dan mahasiswa mampu berpikir abstraksi. Temuan-temuan lain juga diinventarisi sebagai temuan lain.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek menerapkan pembelajaran demonstrasi pada materi pengantar topologi bilangan real. Materi ini menjelaskan tentang konsep awal himpunan terbuka dan himpunan tertutup. Karena himpunan bilangan real berupa interval, maka himpunan dalam pembelajaran ini sering disebut dengan interval

dan disimbolkan  $I$ . Pertanyaan pemantik yang sering digunakan dalam pembelajaran adalah “himpunan bilangan real merupakan himpunan terbuka atukah tertutup?”, “apakah yang dimaksud dengan himpunan terbuka?”, dan “apakah yang dimaksud dengan himpunan tertutup?”. Sebagian besar umumnya mahasiswa menjawab menjelaskan dengan melihat kurung terbuka dan kurung tertutup. Jika himpunan itu menggunakan kurung terbuka semua maka himpunan tersebut disebut terbuka. Jika himpunan itu menggunakan kurung tertutup maka himpunan tersebut disebut tertutup. Pertanyaan juga dapat ditambah dengan  $(a,b)$  dan  $[a,b)$  sehingga sebagian mahasiswa akan menyebut sebagai setengah terbuka dan setengah tertutup. Dari sini, pemahaman yang benar dari konsep himpunan terbuka dan tertutup perlu diperdalam dan pembelajaran yang sesungguhnya dapat dimulai.

Untuk memahami konsep himpunan terbuka dan himpunan tertutup, mahasiswa perlu memahami konsep persekitaran. Dalam bentuk matematika konsep persekitaran dinyatakan sebagai berikut

$$N_{\varepsilon}(a) = (a - \varepsilon, a + \varepsilon) = \{x | x \in (a - \varepsilon, a + \varepsilon)\} = \{x | |a - x| < \varepsilon\}$$

Konsep persekitaran ini dapat dijelaskan dengan menggunakan demonstrasi. Demonstrasi dimulai dengan pertanyaan kepada mahasiswa untuk menceritakan sekitar rumahnya. Setiap mahasiswa memberikan penjelasan yang berbeda-beda. Namun jelas bahwa mahasiswa akan menjelaskan sekitar rumahnya pada jarak tertentu dimana jarak tersebut tentu lebih besar dari nol, jarak tersebut relatif pendek, dan antar mahasiswa jaraknya dapat berbeda-beda. Konsep jarak ini dapat digunakan untuk menjelaskan konsep  $\varepsilon > 0$  yaitu suatu ukuran jarak yang relative pendek. Untuk lebih memperjelas, pertanyaan bisa difokuskan mahasiswa untuk menceritakan sekitar mahasiswa sekarang sehingga mahasiswa memahami konsep persekitaran atau dalam Bahasa Inggris disebut “*neighborhood*”, sehingga digunakan sekitar  $a$  pada jarak  $\varepsilon$  disimbolkan dengan  $N_{\varepsilon}(a)$ . Demonstrasi dilakukan dengan meminta salah satu mahasiswa sebagai  $a$  dan mahasiswa lain untuk mengelilinginya pada jarak tertentu.

Suatu himpunan disebut himpunan terbuka jika semua anggotanya adalah titik dalam. Suatu titik disebut titik dalam suatu jika bisa membuat persekitaran sehingga masih merupakan himpunan bagian dari himpunan tersebut. Dalam bentuk matematika, titik  $x$  disebut titik dalam  $I$  jika

$$\exists \varepsilon > 0 \text{ sehingga } N_\varepsilon(x) \subseteq I$$

Konsep titik dalam dapat dijelaskan dengan menggunakan demonstrasi. Demonstrasi dimulai dengan pertanyaan kepada mahasiswa untuk menjelaskan mengapa  $a$  di dalam ruang ini. Jawaban awal mahasiswa umumnya adalah karena tidak di luar, karena mau belajar, atau alasan-alasan lainnya. Mahasiswa disebut di dalam ruang ini karena kita dapat membuat persekitaran sehingga persekitaran itu masih merupakan bagian dari ruangan ini. Demonstrasi dilakukan dengan meminta salah satu mahasiswa sebagai  $a$  dan meminta yang lain mengelilingi untuk membuat persekitaran. Posisi mahasiswa  $a$  dapat dipindah-pindah dan disertai pertanyaan mengapa disebut di dalam ruangan. Pertanyaan tersebut terus dilakukan sampai mahasiswa mempunyai jawaban bahwa karena kita dapat membuat persekitaran sehingga persekitaran tersebut masih merupakan bagian dari ruangan ini sesuai konsep titik dalam.

Untuk memperdalam pemahaman mahasiswa, dosen dapat memberikan pertanyaan dengan memberikan contoh interval  $(1,5)$ . Titik 2 adalah titik dalam interval tersebut karena dapat dibuat persekitaran sehingga persekitaran tersebut masih termuat dalam interval. Titik 3 adalah titik dalam interval tersebut karena kita dapat membuat persekitaran sehingga persekitaran tersebut masih termuat dalam interval tersebut. Titik 4 adalah titik dalam interval tersebut karena dapat dibuat persekitaran sehingga persekitaran tersebut masih termuat dalam interval tersebut. Penjelasan terkait jarak yang dapat diambil dapat digunakan dosen untuk memperdalam pemahaman dan visualisasi mahasiswa.

Selain titik dalam, dosen juga dapat menjelaskan konsep titik luar dan titik batas. Suatu titik disebut titik luar jika kita dapat membuat persekitaran sehingga persekitaran tersebut masih merupakan himpunan bagian dari komplement himpunan tersebut. Dalam bentuk matematika, titik  $x$  disebut titik luar  $I$  jika

$$\exists \varepsilon > 0 \text{ sehingga } N_\varepsilon(x) \not\subseteq I^c$$

Untuk memahami konsep titik luar ini, mahasiswa sebaiknya memahami konsep persekitaran dan komplement suatu himpunan. Demonstrasi dapat dilakukan dengan meminta mahasiswa ke luar ruangan. Kemudian, dimunculkan pertanyaan kenapa mahasiswa disebut di luar? Sebagian mahasiswa akan menjawab karena tidak di dalam.

Dari jawaban ini, dosen dapat menjelaskan konsep titik luar. Salah satu mahasiswa dapat diminta untuk membuat persekitaran dari mahasiswa yang di luar ruangan. Beberapa tempat dapat di ambil oleh mahasiswa sebagai titiknya bahkan ketika mendekati ke tembok ruangan. Sehingga, mahasiswa hanya dapat melakukan visualisasi dalam membentuk persekitaran karena tidak muat jika diputari mahasiswa lainnya.

Untuk memperdalam pemahaman mahasiswa, dosen dapat memberikan pertanyaan dengan memberikan contoh interval  $(1,5)$ . Titik 0 adalah titik luar interval tersebut karena kita dapat membuat persekitaran sehingga persekitaran tersebut masih termuat dalam komplemen interval tersebut. Titik -1 adalah titik luar interval tersebut karena kita dapat membuat persekitaran sehingga persekitaran tersebut masih termuat dalam komplemen interval tersebut. Titik 6 adalah titik luar interval tersebut karena kita dapat membuat persekitaran sehingga persekitaran tersebut masih termuat dalam komplemen interval tersebut. Titik 7 adalah titik luar interval tersebut karena dapat dibuat persekitaran sehingga persekitaran tersebut masih termuat dalam komplemen interval tersebut. Visualisasi berupa gambar interval dapat diberikan untuk lebih memperjelas visualisasi dan pemahaman mahasiswa terkait titik luar.

Suatu titik disebut titik batas jika titik tersebut bukan titik dalam sekaligus bukan titik luar. Konsep titik dalam, titik luar, dan titik batas dapat dijelaskan dengan menggunakan demonstrasi. Demonstrasi dapat diterapkan untuk menjelaskan konsep titik batas dengan mendemonstrasikan mahasiswa berada di pintu dan bagaimana tidak mungkin membentuk persekitaran dari mahasiswa tersebut sehingga tidak di dalam dan tidak di luar. Visualisasi mahasiswa setelah mendemonstrasikan titik batas adalah visualisasi suatu titik bukan titik dalam dan visualisasi bukan titik luar sehingga memahami konsep titik batas dengan baik.

Untuk memperdalam pemahaman mahasiswa, dosen dapat memberikan pertanyaan dengan memberikan contoh interval  $(1,5)$ . Titik 1 merupakan titik batas interval tersebut karena bukan titik dalam sekaligus bukan titik luar. Titik 5 merupakan titik batas interval tersebut karena bukan titik dalam sekaligus bukan titik luar. Dosen dapat kembali mengingatkan atau mempertanyakan kembali kepada mahasiswa apa yang dimaksud titik dalam dan apa yang dimaksud dengan titik luar. Setiap kita membuat persekitaran dititik 1 dan 5 tentu ada sebagian yang di dalam interval dan ada sebagian yang di luar interval.

Penjelasan untuk ini dapat divisualisasikan dengan menggunakan gambar yang lebih jelas.

Suatu himpunan dikatakan terbuka jika semua anggotanya adalah titik dalam. Untuk memperdalam pemahaman, mahasiswa diberikan pertanyaan mengapa interval  $(1,5)$  terbuka. Pada awalnya beberapa mahasiswa masih menjawab karena kurung yang digunakan adalah kurung buka. Hal ini disebabkan karena mahasiswa belum memahami atau memegang konsep himpunan terbuka. Dosen dapat kembali mengingatkan bahwa himpunan terbuka adalah himpunan yang semua anggotanya adalah titik dalam. Dosen dan mahasiswa dapat memvisualisasikan interval  $(1,5)$  dan menunjukkan bahwa semua anggota interval  $(1,5)$  adalah titik dalam.

Interval  $[1,5]$  bukan terbuka karena ada 1 dan 5 yang merupakan anggota interval tersebut namun bukan titik dalam. Meskipun semua titik antara 1 dan 5 adalah titik dalam, namun karena ada 1 dan 5 yang merupakan anggota interval tersebut dan bukan titik dalam maka interval tersebut tidak dapat disebut interval terbuka. Titik 1 dan 5 merupakan titik batas. Pertanyaan mengapa dapat kembali diajukan dosen untuk mengingatkan kembali konsep titik dalam, interval terbuka, dan titik batas.

Suatu himpunan disebut himpunan tertutup jika semua anggota adalah titik limit. Suatu titik  $a$  disebut titik limit interval  $I$  jika

$$\forall \varepsilon > 0 \text{ berlaku } N_\varepsilon(a) \cap I - \{a\} \neq \emptyset$$

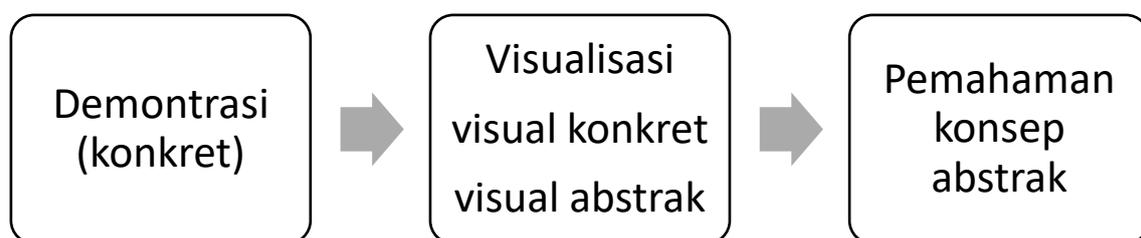
Untuk memahami konsep ini, mahasiswa sebaiknya telah memahami konsep persekitaran, irisan himpunan, dan pengurangan himpunan. Demonstrasi dapat diterakan untuk menjelaskan konsep titik limit dengan mendemonstrasikan mahasiswa yang berada di dalam dan di batas ruangan serta bagaimana menerapkan konsep titik limit. Visualisasi mahasiswa setelah mendemonstrasikan titik limit adalah visualisasi membentuk persekitaran, visualisasi mengirisakan persekitaran dengan himpunan, dan visualisasi mengurangi atau mengambil titik sehingga memahami konsep titik limit dengan baik.

Pada interval  $(1,5)$  dan  $[1,5]$  semua titik adalah titik limit. Namun pada interval  $(1,5)$ , titik 1 dan 5 merupakan titik limit namun bukan anggota interval  $(1,5)$ . Dengan demikian, interval  $(1,5)$  bukan interval tertutup. Pada interval  $[1,5]$ , semua anggotanya termasuk titik 1 dan 5 adalah titik limit, sehingga interval  $[1,5]$  merupakan interval

tertutup. Beberapa mahasiswa dimungkinkan masih bingung disini karena memerlukan kecermatan dalam memahaminya. Pertanyaan susulan dapat diberikan kepada mahasiswa seperti  $(1,5]$  dan  $[1,5)$ . Sehingga, hal ini memperjelas pemahaman mahasiswa bahwa interval  $(1,5]$  dan  $[1,5)$  tidak terbuka dan tidak tertutup buka setengah terbuka atau setengah tertutup.

Setelah memahami konsep himpunan terbuka dan tertutup, sebelum penutupan pembelajaran, kembali mahasiswa diminta untuk menganalisis himpunan real sebagai himpunan terbuka atau tertutup. Himpunan real merupakan himpunan terbuka karena semua anggotanya adalah titik dalam yaitu dapat dibuat persekitaran sehingga bersekitaran tersebut masih merupakan bagian himpunan real. himpunan real merupakan himpunan tertutup karena semua anggotanya adalah titik limit yaitu setiap dibuat persekitaran dan persekitaran terbut diiriskan dengan himpunan bilangan real dan diambil atau dikurangi dengan bilangan itu sendiri hasilnya tidak kosong. Beberapa mahasiswa mungkin perlu diberi penjelasan kembali terkait teorema dense atau lebatnya himpunan bilangan real.

Untuk renungan, mahasiswa diberi tugas untuk memeriksa himpunan kosong. Suatu pertanyaan yang dapat dimunculkan adalah apakah himpunan kosong terbuka atau himpunan tertutup dan mahasiswa dimohon memberi penjelasan. Penjelasan terkait ini, mahasiswa dapat mencari jawabannya di buku – buku analisis real atau artikel-artikel lainnya. Hal ini penting dilakukan supaya mahasiswa belajar dan memperdalam materi sesuai pendapat Fitriani, Y., Pakpahan, R., Junadi, B., & Widyastuti, H. (2022).



**Gambar 1. Keterkaitan Demonstrasi, Visualisasi, dan Pemahaman Konsep**

## **KESIMPULAN**

Demonstrasi dapat diterapkan dalam pembelajaran analisis real khususnya untuk topik pembelajaran pengantar topologi bilangan real. Demonstrasi dapat diterapkan ketika menjelaskan konsep persekitaran dengan mendemonstrasikan sekitar mahasiswa dan bagaimana membentuk persekitaran dari mahasiswa. Demonstrasi dapat diterapkan untuk menjelaskan konsep titik dalam dengan mendemonstrasikan mahasiswa yang berada di dalam ruangan dan bagaimana membentuk persekitaran. Demonstrasi dapat diterapkan untuk menjelaskan titik luar dengan mendemonstrasikan mahasiswa yang berada di luar ruangan dan bagaimana membentuk persekitaran. Demonstrasi dapat diterapkan untuk menjelaskan konsep titik batas dengan mendemonstrasikan mahasiswa berada di pintu. Demonstrasi dapat diterapkan untuk menjelaskan konsep titik limit dengan mendemonstrasikan mahasiswa yang berada di dalam dan di batas ruangan serta bagaimana menerapkan konsep titik limit.

Terdapat kaitan pembelajaran demonstrasi dengan visualisasi mahasiswa dalam pembelajaran analisis real. Visualisasi mahasiswa setelah mendemonstrasikan persekitaran adalah visualisasi dalam membentuk persekitaran dari suatu titik sehingga memahami konsep persekitaran. Visualisasi mahasiswa setelah mendemonstrasikan titik dalam adalah bagaimana membentuk persekitaran dari suatu titik di dalam himpunan. Visualisasi mahasiswa setelah mendemonstrasikan titik luar adalah bagaimana membentuk persekitaran dari suatu titik di luar himpunan. Visualisasi mahasiswa setelah mendemonstrasikan titik batas adalah visualisasi suatu titik bukan titik dalam dan visualisasi bukan titik luar. Visualisasi mahasiswa setelah mendemonstrasikan titik limit adalah visualisasi membentuk persekitaran, visualisasi mengiriskan persekitaran dengan himpunan, dan visualisasi mengurangi atau mengambil titik.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Aldifron, A., Ramadhanti, D., & Laila, A. (2022). Keefektifan Model Pembelajaran Demonstrasi Bisu terhadap Keterampilan Menulis Teks Prosedur. *Jurnal Pembelajaran Bahasa dan Sastra*, 1(1), 111-120.
- Apriliyani, S. (2010). *Efektifitas Pembelajaran Optikageometri dengan Menggunakan Metode Demonstrasi terhadap Peningkatan Prestasi Belajar Fisika pada Siswa Kelas II MAN Srono Kabupaten Banyuwangi oleh Sri Apriliyani* (Doctoral dissertation, Universitas Negeri Malang).

- Bhidju, R. H., & Press, A. (2020). *Peningkatan Hasil Belajar IPA melalui Metode Demonstrasi*. Ahlimedia Book.
- Cecep, C., Waskita, D. T., & Sabilah, N. (2022). Upaya Meningkatkan Konsentrasi Belajar Anak Usia Dini melalui Metode Demonstrasi. *Jurnal Tahsinia*, 3(1), 63-70.
- Darmadi, D. (2012). Pengembangan Model Pembelajaran Analisis Real Berbasis Teori David Tall. *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 1(1).
- Darmadi, D. (2015). Profil Berpikir Visual Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Memahami Definisi Formal Barisan Konvergen Berdasarkan Perbedaan Gender. *Jurnal Penelitian LPPM (Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat) IKIP PGRI Madiun*, 3(1), 45-60.
- Darmadi, D., & Handoyo, B. (2016). Profil Berpikir Visual Mahasiswa Calon Guru Matematika dengan Gaya Belajar Visual dalam Menyelesaikan Masalah Trigonometri. *Jurnal Math Educator Nusantara: Wahana Publikasi Karya Tulis Ilmiah di Bidang Pendidikan Matematika*, 2(1).
- Darmadi, D. (2017). Identifikasi Kesalahan Berpikir Visual Mahasiswa dalam Menggambar Grafik Fungsi Real. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 140-144.
- Endayani, T. B., Rina, C., & Agustina, M. (2020). Metode Demonstrasi untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa. *Al-Azkiya: Jurnal Ilmiah Pendidikan MI/SD*, 5(2), 150-158.
- Fitriani, Y., Pakpahan, R., Junadi, B., & Widyastuti, H. (2022). Penerapan Literasi Digital dalam Aktivitas Pembelajaran Daring Mahasiswa. *JISAMAR (Journal of Information System, Applied, Management, Accounting and Research)*, 6(2), 439-448.
- Gumay, O. P. U., & Bertiana, V. (2018). Pengaruh Metode Demonstrasi terhadap Hasil Belajar Fisika Kelas X MA Almuahjirin Tugumulyo. *Science and Physics Education Journal (SPEJ)*, 1(2), 96-102.
- Ikhwan, A., Febriansyah, F. I., & Syam, A. R. (2022). Metode Demonstrasi dalam Peningkatan Motivasi Belajar Tilawatil Qur'an. *Jurnal Pendidikan Nusantara*, 1(2), 100-110.
- Julyananda, M. A., Yulianti, T., & Pasha, D. (2022). Rancang Bangun Media Pembelajaran Matematika Menggunakan Metode Demonstrasi untuk Kelas 1 Sekolah Dasar. *Jurnal Informatika dan Rekayasa Perangkat Lunak*, 3(3), 366-375.
- Rahma, A. (2020). Pembelajaran Sains untuk Mengenalkan Kebencanaan pada Anak Usia Dini. *Jurnal Golden Age*, 4(02), 250-260.
- Rara, G. P., Sudana, I., & Suprpto, E. (2015). Penggunaan Model Demonstrasi dalam Materi Ajar Instalasi Sistem Operasi. *Dinamika Pendidikan*, 5(3).
- Rifai, M., & Soleh, D. R. (2023). Profil Berpikir Analitis Visual Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Invers Fungsi Kuadrat. *MARAS: Jurnal Penelitian Multidisiplin*, 1(3), 473-481.

- Sahempa, S., Togas, P. V., & Palilingan, V. R. (2021). Penerapan Model Pembelajaran Demonstrasi untuk Meningkatkan Hasil Belajar Komputer dan Jaringan Dasar Siswa Kelas X TKJ SMK Muhammadiyah Naha. *Edutik: Jurnal Pendidikan Teknologi Informasi dan Komunikasi*, 1(1), 1-12.
- Sari, Y. D. K., Chamisijatin, L., & Santoso, B. (2019). Peningkatan Keterampilan Membaca Puisi Siswa Kelas IV Dengan Model Demonstrasi Didukung Media Video Pembelajaran di SDN 1 Sumpalsari Kota Malang. *Refleksi Edukatika: Jurnal Ilmiah Kependidikan*, 9(2).
- Siregar, A. M. (2019). Model Pembelajaran Demonstrasi dengan Pemanfaatan Media Pembelajaran PPKN SD/MI di Kelas Rendah. <https://doi.org/10.31227/osf.io/ksuya>
- Wijaya, I. K. W. B., Kirna, I. M., & Suardana, I. N. (2012). Model Demonstrasi Interaktif Berbantuan Multimedia dan Hasil Belajar IPA Aspek Kimia Siswa SMP. *Jurnal Pendidikan dan Pengajaran*, 45(1).